Concursul Interjudețean de Matematică "Cristian S. Calude"
Ediția a XVIII-a
Proba pe echipe, clasele IX-XII
22 noiembrie 2017

Soluții

Baraj I

Problemă:

O partiție cu două clase a unei mulțimi X cu $n \geq 2$ elemente este o scriere a lui X sub forma $X = A \cup B$, unde $A, B \neq \emptyset, A \cap B = \emptyset$. Într-o partiție nu contează ordinea claselor și nici ordinea elementelor într-o clasă. Să se determine numărul partițiilor cu două clase a unei mulțimi cu n elemente.

Soluție:

Alegem prima clasă A ca orice submulțime a mulțimii X, $A \neq \emptyset$ și $A \neq X$. Acest lucru asigură unicitatea clasei $B = X - A$ și $B \neq \emptyset$. Cum numărul submulțimilor lui X, diferite de $\emptyset$ și X este $2^n - 2$, am obținut partiții de forma $(A, X - A)$ în $2^n - 2$ moduri.

Dar ordinea claselor nu contează. Rămâne că numărul partițiilor este $\frac{2^n - 2}{2} = 2^{n-1} - 1$.